

文档名称：如何做出莫尔圆

文档编号：HS016

首先明确什么是主应力，主应力是指垂直于这个应力平面，并且这个应力平面的剪切应力为 0 的一种应力状态。

三轴试验中的围压是用水加的，所以他的在周围方向的剪切应力都是 0，所以这个实验加的应力都是主应力。

也就是说我们三轴试验控制的就是最大主应力和最小主应力，我们可以控制有效的轴向应力 σ_1 为最大主应力，我们也可以控制有效围压 σ_2 为最小主应力，这样我们就可以按照下图做出这个莫尔圆了。

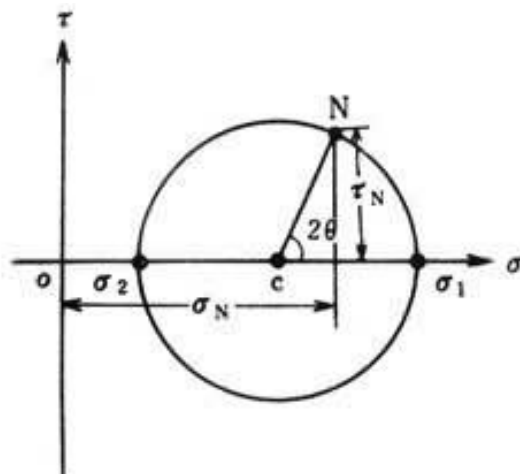
在应力（或应变）坐标图上表示受力（或变形）物体内一点中各截面上应力（或应变）分量之间关系的圆。表示应力的称为应力莫尔圆；表示应变的称为应变莫尔圆。

以平面应力为例：受力物体内某一截面上的正应力 σ 和剪应力 τ 都是该截面法线与最大主应力 σ_1 夹角 θ 的函数，可以分别用公式表示为

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\theta$$

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\theta$$

式中 σ_1 和 σ_2 为两个主应力，这个分别就是轴向应力和围压施加的径向应力。这两个关系式也可以用莫尔圆上 N 点的坐标值来表示（如图 1 所示）：



应力莫尔圆

圆上 N 点的横坐标值为 N 截面上的主应力值 σ_N ，N 点的纵坐标值为 N 截面上的剪应力值 τ_N

图 1: 莫尔圆

N 点与 σ_1 夹圆心角为 2θ 。当 σ_1 和 σ_2 为已知时，用莫尔圆法可获得通过该点的任一截面上的正应力和剪应力值。取 σ 为横坐标， τ 为纵坐标，在横坐标上分别取量值为 σ_1 和 σ_2 的两点，取两点间的中点为圆心作圆，则此圆的圆心坐标为

$$\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}, 0 \right), \quad \text{圆半径值为} \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}。$$

如果要知道法线与 σ_1 夹角为 θ 的截面上的正应力和剪应力，可从 σ_1 开始，量得圆心角为 2θ 而获得 N 点，则 N 点的横坐标恰好为该截面上的正应力值，N 点的纵坐标恰好为该截面的剪应力值。N 点的横坐标值等于圆心的横坐标值加上

半径值与 $\cos 2\theta$ 之积，即 $\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\theta$ ，N 点的纵坐标值等于半径值

与 $\sin 2\theta$ 之积，即 $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\theta$ 。改变 θ 角就可以获得任意截面上的正应力与剪应力值。

当 $2\theta = 90^\circ$ 或 270° 时，其最大的纵坐标值即 $\left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right|$ ，它表示法线与最大主应力分别夹 45° 和 135° 的截面上剪应力最大，但两者有相反的符号。当 $2\theta = 0$ 或者 180° ，恰好是 σ_1 和 σ_2 两点，这两点的纵坐标值为零，表示主应力作用面上没有剪应力，而且 σ_1 与 σ_2 之间夹角 $\theta = 90^\circ$ ，即彼此永远垂直。